

Temat 4: Przekrycia płaskie zginane**Typowe zadanie**

Dane: kształt przekrycia * słupy (położenie i liczba) – $S_{\text{jakie(ile)}}$ * symetria płyty (maks/min)

Szukane: trzy typy przekryć: (1) słupy+płyta dwukierunkowa (oznaczenie: $s_0()p2$); (2) słupy+belki+płyta jednokierunkowa $s_0()bp1$; (3) słupy+belki główne+belki drugorzędne+płyta jednokierunkowa $s_0()bbp1$.

Oznaczenia na rysunkach: krawędź przekrycia - linia ciągła; słup - duża kropka; belka główna - linia gruba lub dwie linie równoległe; belka drugorzędna - linia przerywana; płyta jednokierunkowa - kreskowanie w kierunku żeber płyty (tylko na typowym fragmencie przekrycia) lub linia zakończona półstrzałkami na obu końcach, skierowana wzdłuż żeber płyty; płyta dwukierunkowa - dwie prostopadłe linie półstrzałkowe na środku każdego pola zginanego dwukierunkowo (sferycznie).

Przekrycie płaskie: płaski, poziomy strop lub dach (lub blat stołu). Przekrycia rysujemy w planie (widoku z góry). Kształty przekryć: elementarne (trójkąt - równoboczny, równoramienny, dowolny, kwadrat, sześciokąt, ośmiokąt, koło, równoległobok) i złożone z elementarnych (np. prostokąt, pierścień kwadratowy lub kołowy, trójkąt wierzchołkowy, kształty L, T, V, X, H, I, C itp., układy rozbudowane wzdłuż jednej osi, układy rozgałęzione, układy promieniste – 3,4, itd promienie, układy jednocześnie promieniste i rozgałęzione). Obciążenie przekrycia przyjmujemy w uproszczeniu jako równomiernie rozłożone na całej powierzchni, prostopadłe do powierzchni i skierowane do dołu (grawitacyjne). Obejmuje ono ciężar własny konstrukcji, ciężar warstw izolacji, obciążenia użytkowe i śnieg. Rozpatrujemy przekrycia oparte na słupach ściskanych (nie zginanych), co wymaga odpowiedniego ich rozmieszczenia. Słupy rozmieszczamy równomiernie, czyli bez zagęszczeń w jednych miejscach i rozrzedzeń w innych, zachowując symetrie planu. Pozwala to uzyskać lżejsze przekrycie. Pojedynczy słup dźwigający całe przekrycie musi się znajdować (inaczej byłby zginany) w środku ciężkości przekrycia. Dwa słupy muszą znaleźć się na jednej linii ze środkiem ciężkości, po obu stronach środka. Należy je umieścić możliwie daleko od środka ciężkości (w przeciwnym wypadku działałyby prawie jak jeden słup). Trzy słupy dobrze jest umieścić w wierzchołkach trójkąta równobocznego, którego środek pokrywa się ze środkiem ciężkości przekrycia, możliwie daleko od środka ciężkości. Słupy mogą być wewnętrzne, s_w , (nie położone na krawędziach), krawędziowe, s_k , czyli położone na krawędziach (zewnątrznych lub/i wewnętrznych - w przypadku planów z otworami), lub zewnątrzne s_z , poza polem przekrycia (tylko przekrycia belkowe). Liczba słupów może być zadana, np. $s_w(4)$ oznacza cztery słupy wewnętrzne, które trzeba stosownie rozmieścić. Może być wymagane rozmieszczenie minimalnej liczby słupów wewnętrznych, $s_w(\text{min})$, lub krawędziowych, $s_k(\text{min})$. Przekrycie, jako płaskie, cienkie i obciążone poprzecznie, pracuje jako całość na zginanie (oczywiście, jeśli jakiś element przekrycia jest kratą, to elementy tej kraty są tylko ściskane lub rozciągane, niemniej patrząc na całość znajdziemy zginanie). Przekrycie może być płytkowe (bezelkowe, płyta oparta wprost na słupach), belkowo-płytkowe (płyta spoczywa na belkach, opierających się na słupach), oraz belkowo-belkowo-płytkowe (płyta spoczywa na belkach drugorzędnych, opartych na belkach głównych, spoczywających na słupach). Przyjmujemy, że belki nie są skręcane, pracując tylko na zginanie w płaszczyźnie pionowej (wąskie, wysokie belki, np. dwuteowe lub kraty). Wymaga to belek prostych oraz odpowiedniego ich rozmieszczenia i rozwidlenia (np. belka na osi symetrii konstrukcji na pewno się nie skręci - z powodu symetrii). Zginanie płyty, w zależności od jej konstrukcji i podparcia, może być jednokierunkowe (walcowe, oznaczenie: p1) lub dwukierunkowe (sferyczne, oznaczenie: p2). Płyty faliste lub trapezowe składają się faktycznie z równoległych do siebie żeber-fal. Płyty te pracują zatem jednokierunkowo (p1), wytrzymują zginanie w

kierunku żeber płyty; nie pracują (nie mają sztywności giętej) w kierunku prostopadłym do żeber. Powierzchnia płyty jednokierunkowej zgina się walcowo, tj. zdeformowana powierzchnia ma formę fragmentu walca, którego tworzącymi (to jest liniami prostymi) są kierunki prostopadłe do żeber płyty. Wszystkie żebra muszą być podparte na poprzecznych do kierunku żeber płyty (najlepiej prostopadłych, choć dopuszczalne są skośne) belkach - jest to konstrukcja sbp1. Belki umieszczamy tak, by ich rozpiętość była wyraźnie (np. dwukrotnie) większa od rozpiętości płyty (rozpiętość wspornika odpowiada – powoduje taki sam maksymalny moment zginający – rozpiętości dwa razy dłuższej belki podpartej przegubowo na obu końcach). Jeśli plan przekrycia (lub jego fragment utworzony przez belki) jest wydłużony, to belki zwracamy w kierunku dłuższym, a płytę w kierunku krótszym. Dzięki temu płyta będzie cieńsza i lżejsza od belek (konstrukcja odwrotna jest nieelegancka). Jeśli zadana jest minimalna symetria płyty jednokierunkowej, to dążymy do minimalnej liczby belek (np. dla płyty kwadratowej jedna belka łącząca środki boków lub belka przekątna). Jeśli zadana jest maksymalna symetria płyty jednokierunkowej, to dajemy minimalną liczbę belek odpowiadającą symetrii obszaru płyty (np. dla kwadratu dajemy belki skrzyżowane – w poprzek boków lub diagonalne). Jeśli odległość między belkami głównymi (rozpiętość płyty) jest za duża, to skracamy ją kładąc w poprzek belek głównych belki drugorzędne, w odległościach wyraźnie (np. dwukrotnie) mniejszych niż odległość między belkami głównymi (powstaje dwukierunkowa siatka belek o prostokątnych oczkach). Płytę układamy w poprzek belek drugorzędnych - konstrukcja typu sbbp1. Płyta zginana dwukierunkowo (p2) tworzy powierzchnię sferyczną. Płyta taka ma zwykle formę struktury, czyli regularnej trójwymiarowej siatki prętów, zwykle identycznej w dwóch prostopadłych kierunkach na powierzchni płyty. Nie wymaga ona belek, może być oparta bezpośrednio na słupach, czyli jest to konstrukcja s(p)2. Belki nie są konieczne, gdyż w samej strukturze można dojrzeć co najmniej dwie wzajemnie prostopadłe rodziny "belek". Typowym, najprostszym przestrzennym elementem takiej siatki może być czworościan. Struktura może pracować jednokierunkowo (zginać się walcowo), ale jest to marnowanie jej sztywności w kierunku, który nie jest zginany. Dlatego zakładamy, że przekrycia strukturalne pracują – identycznie -w dwóch kierunkach. Wymaga to takiego rozmieszczenia słupów, by płyta wyginała się w powierzchnię sferyczną, a nie walcową. Aby to osiągnąć kształt płyty i rozkład słupów musi być podzielony na regularne, krępe pola posiadające co najmniej dwie osie symetrii (np. trójkąt równoboczny, kwadrat, pięciokąt, sześciokąt, itd., koło). Na przykład: trójkąt równoboczny podpieramy minimalnie jednym słupem w środku (konstrukcja $s_w(\min)p2$), albo trzema słupami w narożach lub trzema słupami na środkach boków (konstrukcje $s_k(\min)p2$). Dodatkowe słupy krawędziowe, np. trzy w narożach i trzy w środkach boków - $s_k(6)p2$, zachowują dwuwymiarową pracę trójkąta. Przy większej niż jeden liczbie słupów wewnętrznych, dzielimy trójkąt na trzy części i każdą część podpieramy w sposób omówiony powyżej. Generalnie, większa liczba słupów czyni przekrycie cieńszym i lżejszym, zmniejszając rozpiętość (czyli długość między podporami). Minimalne podparcie kwadratu to jeden słup w środku (konstrukcja $s_w(\min)p2$), albo cztery słupy w narożach lub cztery słupy w środkach boków (konstrukcje $s_k(\min)p2$). Przy większej liczbie słupów wewnętrznych kwadrat dzielimy na cztery mniejsze kwadraty, które podpieramy w środku. Sześciokąt podpieramy minimalnie trzema słupami krawędziowymi (w narożach lub środkach boków), a ośmiokąt czterema. Koło podpieramy minimalnie jednym słupem w środku ($s_w(\min)p2$), lub trzema słupami równomiernie rozmieszczonymi na obwodzie ($s_k(\min)p2$). Dowolna większa od trzech liczba równomiernie rozmieszczonych słupów krawędziowych daje pracę dwuwymiarową (przy większej liczbie słupów przekrycie będzie nieco cieńsze). Przy większej od jednego liczbie słupów wewnętrznych obszar koła dzielimy na jednakowe, krępe (tj. nie wydłużone) obszary, w środku których umieszczamy po jednym słupie. Na przykład, koło można podzielić promieniście na trzy lub cztery wycinki. Dzięki dwukierunkowej pracy, struktury mogą być lżejsze i cieńsze od przekryć jednokierunkowych, a więc nadają się do przekrywania dużych rozpiętości.

Środek ciężkości przekrycia: wyznaczamy w uproszczeniu, zakładając że ciężar przekrycia

jest rozłożony równomiernie na płycie, niezależnie od jego budowy (bezelkowe czy belkowe – ciężar belek ignorujemy). Środek ciężkości obszaru o dwóch (lub więcej) osiach symetrii leży na przecięciu tych osi (trójkąt równoboczny, kwadrat, prostokąt, sześciokąt, ośmiokąt, koło). Obszar o symetrii obrotowej 180 stopni (równoległobok) ma środek ciężkości na przecięciu dwóch prostych łączących dwie pary punktów zamieniających się miejscami przy obrocie o 180 stopni (np. przekątne równoległoboku). Środek ciężkości dowolnego trójkąta leży na przecięciu (i) środkowych boków dwóch dowolnych boków lub (ii) równoległych do dwóch dowolnych boków, odległych o $\frac{1}{3}$ wysokości trójkąta od tych boków albo (iii) dowolnej środkowej i dowolnej równoległej. Środek ciężkości trójkąta wierzchołkowego o jednakowych wagach wierzchołków także leży na przecięciu środkowych boków. Środek ciężkości dwóch obszarów o znanych środkach leży na odcinku prostej łączącej te dwa środki, bliżej obszaru większego i dzieli ten odcinek wedle proporcji pól dwóch obszarów. Środek ciężkości trójkąta wierzchołkowego znajdujemy na przecięciu dwóch prostych, łączących środki ciężkości dwóch dowolnych boków z trzecimi wierzchołkami.