

Temat 3: Łuki i liny

Typowe zadanie: Dane: obciążenie * otoczenie * symetria (jest lub nie) * strefy podparcia * punkt startu (na podporze lub w miejscu o maksymalnej wysokości) * kąt na podporze albo stosunek reakcji poziomej do pionowej (lewej lub prawej) albo stosunek reakcji poziomej do obciążenia albo stosunek reakcji pionowej (lewej lub prawej) do obciążenia. Szukane: trójkąt sił z oznaczeniem poszczególnych obciążeń, reakcji (lewej, prawej, całkowitej, składowej pionowej i składowej poziomej) oraz sił w łuku (linie) * schemat łuku (liny): podpory, reakcje całkowite, oś łuku (liny), obciążenie, wykres siły podłużnej * konstrukcja lekka, o grubości zmieniającej się jak siła podłużna (tylko łuki, nie dotyczy lin), z ewentualnym ściągiem, obciążeniem i fundamentami. Rysunki: na kwadratowej siatce o boku l . **Łuk:** to konstrukcja pokonująca pewną rozpiętość, oparta na obu końcach, przenosząca obciążenie pionowe zwrócone do dołu (grawitacyjne), pracująca wyłącznie na ściskanie. Lina jest odwróconym (względem osi poziomej) łukiem i pracuje wyłącznie na rozciąganie. Linie, w odróżnieniu od łuku, nie grozi wyboczenie, a więc lina może być wiotka. Łańcuchy zachowują się identycznie do lin. **Obciążenie i kształt łuku/liny:** Obciążenie jest pionowe, skierowane do dołu (grawitacyjne). Mogą to być jedna, dwie lub trzy siły skupione o dowolnych wielkościach (P , $2P$, $3P$ itd.), dowolnie rozmieszczone. Obciążenie może być ciągłe, równomierne (q) na całej rozpiętości konstrukcji, na jej części, albo na dwóch częściach. Obciążenie może być mieszane - ciągłe q i skupione (1,2 lub 3 siły o dowolnych wartościach, np. ql , $2ql$, $3ql$). Siła skupiona może leżeć poza obciążeniem ciągłym, na jego końcu lub w jego wnętrzu - w tym ostatnim przypadku rozbijając obciążenie ciągłe na dwie części. Obciążenie decyduje o kształcie osi łuku (liny). Generalnie łuk jest wypukły do góry, nie ma nigdzie wklęsnięć w stronę odwrotną. Na odcinkach bez obciążenia łuk jest prosty. Pod obciążeniem ciągłym jest krzywy, gładki, wypukły do góry. Pod siłami skupionymi ma kanty skierowane ostrzem do góry. Przejście od krzywej do prostej jest gładkie, bez kantu, chyba że jest tam siła skupiona. Pod siłą skupioną wewnątrz obciążenia ciągłego łuk jest krzywy z kantem. Lina ma, dla tego samego obciążenia, kształt łuku odwróconego zwierciadlanie względem osi poziomej. Jest zatem wypukła do dołu. **Otoczenie:** jest tym czego się łuk (lina) trzyma. Otoczenie ma kształt i sztywność. Rozważamy kształty: płaski poziomy, płaski pochylony, schodek, dolina. Sztywność dotyczy zdolności podpierania. Rozważamy sztywności obejmujące skrajne przypadki: skała jest sztywna w pionie i poziomie, a woda tylko w pionie, do góry (wypór). Sztywność dyktuje podpory łuku. W przypadku obu końców łuku opartych na skale przyjmujemy obie podpory utwierdzone. Jeśli jeden koniec wypada na skale a drugi na wodzie, podpora na skale jest przegubowa nieprzesuwna, podpora na wodzie przegubowa przesuwna (ponton), a obie podpory łączy ściągiem. W przypadku obu końców na wodzie, obie podpory są przegubowe przesuwne (pontony), połączone ściągiem. W przypadku liny podpory są zawsze przegubowe nieprzesuwne, a otoczenie skaliste. **Symetria:** oznacza symetrię obciążenia, konstrukcji, reakcji, wykresu siły podłużnej - względem osi pionowej oraz symetrię trójkąta sił względem osi poziomej. W symetrycznej konstrukcji podpory mogą nie być symetryczne, np. jedna przegubowa nieprzesuwna, druga przegubowa przesuwna, połączone ściągiem. **Strefy podparcia:** to miejsca gdzie orientacyjnie winny (bo tego chcemy w danym zadaniu) znajdować się końce konstrukcji. Przykłady: na lewo (na prawo) od obciążenia, na tym samym albo na różnych poziomach. **Punkt startu:** jest miejscem (oznaczenie: duża kropka) od którego zaczyna się kreślenie osi łuku (liny). Może to być któryś koniec łuku (liny), albo wierzchołek łuku (dno liny). Punkt startu wybieramy w zależności od tego czy zadana jest rozpiętość, czy wysokość konstrukcji. Jeśli zadane byłyby i rozpiętość i wysokość (najczęstsze w praktyce), konstrukcję trzeba by wykonać kilkakrotnie metodą prób i błędów ustalając jeden z parametrów, np. rozpiętość i znajdując wysokość. Zadania takie, z

uwagi na konieczność wielokrotnych przymiarek, nie będą przez nas rozpatrywane. **Kąt na podporze albo stosunek reakcji poziomej do pionowej:** może być zadany lub nie. Ponieważ reakcja całkowita łuku (liny) jest styczna do łuku (liny), nachylenie łuku na końcu jednoznacznie określa stosunek reakcji poziomej do pionowej. Stosunek ten jest istotny, gdyż często podpory są słabe w kierunku poziomym i trzeba wybierać konstrukcje strome na podporach, o małych reakcjach poziomych. Można też minimalizować reakcję pionową, ale tylko na jednej podporze, przez wybór małego nachylenia konstrukcji względem poziomu, kosztem wzrostu reakcji pionowej drugiej podpory. **Trójkąt sił:** jest podstawą konstrukcji łuku (liny). Znajdują się w nim wszystkie siły: obciążenie, reakcje i siły we wszystkich punktach łuku. Pionowy bok trójkąta reprezentuje sumę wszystkich obciążeń - jest to wypadkowy wektor obciążenia (W). Na konstrukcji, obciążenia numerujemy (P_1, P_2 , itd.) z lewa na prawo, w kolejności ich pojawiania się, bez odróżniania obciążeń skupionych i ciągłych. W wypadkowym wektorze obciążenia składniki o większych numerach występują kolejno coraz wyżej, obciążenia ciągłe są zastąpione ich wypadkowymi, obciążenia większe są reprezentowane proporcjonalnie dłuższymi strzałkami. W trójkącie sił, na prawo (dla łuku, a na lewo dla liny) od wektora obciążenia znajduje się punkt zwany biegunem. Położenie bieguna określa formę łuku (liny); zmieniając je projektujemy różne łuki. Od dolnego końca wektora obciążenia do bieguna biegnie wektor lewej reakcji (R_L). Od bieguna do górnego końca wektora obciążenia biegnie wektor prawej reakcji (R_P). Rzuty reakcji na kierunek poziomy dają reakcje poziome, lewą H_L i prawą H_R . Reakcje poziome są sobie równe i przeciwnie skierowane (w łuku do siebie, w linie od siebie). Reakcje poziome mogą być dowolnie kształtowane (ale nie mogą zniknąć) w stosunku do reakcji pionowych i obciążenia, poprzez poziome przesuwanie bieguna. Wybierając biegun blisko wektora obciążenia otrzymujemy małe, ale zawsze różne od zera, reakcje poziome. Konstrukcje takie są strome, ale nigdy nie mogą być dokładnie pionowe na końcach. Wybierając biegun daleko od wektora obciążenia otrzymujemy wąski, wydłużony w poziomie trójkąt sił, o wielkich reakcjach poziomych. Konstrukcje takie są niskie, mało nachylone względem poziomu. Przy zbliżaniu nachylenia konstrukcji do zera, siły w konstrukcji rosną do nieskończoności, co jest w praktyce nierealne: łuk (konstrukcja ściskana) ulegnie zmiądzeniu lub wyboczeniu, a lina (konstrukcja rozciągana) rozerwaniu. Również podpory i podłoże nie wytrzymają dowolnie dużych sił. Występowanie reakcji poziomych, zwłaszcza dużych, przy obciążeniu pionowym jest sprzeczne z naszą intuicją opartą na pracy prostych belek, które pod obciążeniem pionowym mają reakcje wyłącznie pionowe. W łukach i linach reakcje poziome są nieuniknione. Rzuty reakcji całkowitych na kierunek pionowy dają reakcje pionowe, lewą V_L i prawą V_P . Suma reakcji pionowych jest równa wektorowi obciążenia W . Reakcje pionowe można zmieniać przesuwać biegun w pionie. Jeśli biegun leży w połowie wektora obciążenia, to reakcje pionowe są sobie równe, skierowane do góry, a każda równa się połowie obciążenia. Przesuwając biegun do góry zwiększamy reakcję pionową lewą i o tyle samo zmniejszamy reakcję pionową prawą. Przy ruchu bieguna w dół rośnie reakcja pionowa prawa a maleje lewa. Większej reakcji pionowej zawsze odpowiada bardziej pionowy kierunek konstrukcji w miejscu działania większej reakcji. Jeśli biegun znajdzie się na poziomie górnego (dolnego) końca wektora obciążenia, to prawa (lewa) reakcja pionowa znika, jest tylko reakcja pozioma, a konstrukcja ma na tej podporze kierunek poziomy. Jeśli biegun znajdzie się powyżej górnego (poniżej dolnego) końca wektora obciążenia, reakcja pionowa lewa (prawa) jest skierowana do góry, a reakcja pionowa prawa (lewa) do dołu. Występowanie reakcji pionowej skierowanej do dołu przy obciążeniu działającym do dołu jest sprzeczne z naszą intuicją opartą na pracy prostych belek dwupodporowych, w których obciążenie pionowe do dołu wywołuje dwie reakcje pionowe do góry. W łukach i linach o jednym stoku (półłuki), nie mających wierzchołka (doliny), jedna reakcja pionowa jest skierowana do dołu a druga do góry. W łukach i linach o dwóch stokach, tj. mających wierzchołek (dolinę), obie reakcje pionowe są skierowane do góry. Wektory reakcji całkowitych są także siłami na końcach łuku (liny). Siły w innych miejscach łuku są równoległe do i równe odcinkom łączącym biegun z końcami składowych obciążeń w wypadkowym

wektorze obciążenia. **Oś łuku (liny):** wynika z poziomego rozkładu obciążenia i przyjętego trójkąta sił. Oś rysujemy zaczynając od punktu startowego (końca lub wierzchołka łuku), w kierunku odczytanym z trójkąta sił, do linii pionowej na której leży początek najbliższego obciążenia. Jeżeli napotykamy obciążenie skupione, wykonujemy nagły skręt, tworząc kant. Jeśli napotykamy obciążenie ciągłe, skręcamy gładko, bez kantu na całym obciążonym odcinku. Na odcinkach bez obciążenia poruszamy się po liniach prostych. Kierunki łuku (liny) we wszystkich punktach są równoległe do odpowiednich promieni w trójkącie sił, wychodzących z bieguna i kończących się na segmentach wektora obciążenia. Każdemu obciążeniu P_i w wektorze obciążenia odpowiada mały trójkąt sił stanowiący część całkowitego trójkąta sił. Ten mały trójkąt tworzy pionowa siła P_i oraz biegnące z bieguna do końców P_i promienie. Dolny promień reprezentuje kierunek i wielkość siły w łuku (linie) na lewo od obciążenia P_i , a górny promień kierunek i wielkość siły na prawo od P_i . Mniejsze podtrójkąty sił, wewnątrz trójkąta sił, przedstawiają równowagę części łuku (liny) w okolicy obciążeń skupionych oraz odcinków obciążonych ciągle. Duży trójkąt, obejmujący wszystkie małe trójkąty, reprezentuje równowagę całej konstrukcji: wektora całkowitego obciążenia i dwóch reakcji na końcach. Należy pamiętać, że łuk jest wypukły do góry. Zatem przebiegając go od lewego do prawego końca wykonujemy skręty wyłącznie w prawo. Lina jest wypukła do dołu. Przebiegając ją od lewego do prawego końca wykonujemy skręty wyłącznie w lewo. **Schemat łuku:** to jego oś, obciążenie i podparcie, które dostosowujemy do sztywności otoczenia, w sposób opisany powyżej. W przypadku liny obie podpory są przegubowe, nieprzesuwne, otoczenie skaliste. **Wykres siły podłużnej:** rysujemy poziomo, poniżej schematu łuku (liny), odkładając wielkość siły w łuku (linie) pionowo, z zachowaniem proporcji sił w różnych punktach łuku (liny). Rysując wykres z lewa na prawo, proporcje odczytujemy z proporcji wachlarza promieni trójkąta sił, przebieganych od dołu do góry. Wykres jest stały na odcinkach nie obciążonych. Ma skoki pod siłami skupionymi (z wyjątkiem siły skupionej na osi symetrii, gdzie skok naruszałby symetrię). Jest krzywy, wypukły do dołu pod obciążeniem ciągłym.

Konstrukcja lekka łuku: ma grubość proporcjonalną do wielkości siły podłużnej w łuku. Siły podłużne są widoczne jako wychodzące z bieguna promienie w trójkącie sił. Siły te są też przedstawione na wykresie pod schematem łuku. Generalnie niższe części łuku są grubsze od wyższych. W narożach łuku łączących odcinki o różnych grubościach nie tworzymy schodków. Fundamenty łuku są prostopadłe do łuku i zgodne ze schematem (połączenie sztywne z łukiem jest szerokie, połączenie przegubowe ma przewężenie na styku łuku i fundamentu). Na stromych ścianach fundamentów nie rysujemy. Ściąg, jako rozciągany a więc bardzo cienki, rysujemy linią pojedynczą. W przypadku liny rysujemy tylko jej schemat, bez konstrukcji lekkiej, gdyż liny o zmiennej grubości nie są w praktyce wykonywane.