

## Temat 1: Huśtawki

### Typowe zadanie

Dane: schemat konstrukcji: huśtawka plus konstrukcja wsporcza. Szukane: obciążenia, przekroje i wykresy momentów zginających konstrukcji wsporczej, od poszczególnych obciążeń i sumaryczne, na osobnych rysunkach. Rysunki trójwymiarowe, na szkielecie sześciennym.

**Huśtawki**: składają się z poziomego siedziska podwieszonego na końcach do jednej lub dwóch symetrycznych lin w płaszczyźnie siedziska. Liny trzymają się w jednym lub dwóch punktach konstrukcji wsporczej. Konstrukcja wsporcza składa się z połączonych sztywno ze sobą i z podporami prostych prętów. Przykładowe konstrukcje wsporcze to wspornik poziomy, dwa równoległe wsporniki pionowe lub poziome, wspornik załamany z dwóch prętów prostopadłych do siebie, dwa takie wsporniki w różnych kombinacjach położenia, rama kwadratowa (trzy pręty) stojąca, wisząca lub leżąca, dwie takie ramy równoległe, rama trójwymiarowa pięcioprętowa, utworzona z dwóch równoległych wsporników załamanych i poprzeczki, rama kwadratowa o słupach rozwidlonych (trójkątnie), dwie takie ramy równoległe, wspornik trójkątny dwuprętowy w różnych położeniach, dwa takie wsporniki, piramida trójkątna w różnych położeniach, dwie takie piramidy. Huśtawka podwieszona w jednym punkcie do konstrukcji wsporczej może się huśtać w dwóch płaszczyznach: w lewo-prawo oraz do przodu-tyłu. Huśtawka taka obciąża konstrukcję wsporczą siłą pionową do dołu (ciężar plus składowa pionowa siła odśrodkowej) oraz podwójnymi, naprzemiennymi siłami poziomymi (składowe poziome siły odśrodkowej) w lewo-prawo i do przodu-tyłu. Zakładamy, że maksymalne odchylenie huśtawki od pionu jest niewielkie, a wtedy siła pionowa jest większa ( $\#1$ ) od sił poziomych ( $\#2$  w jednym kierunku i  $\#2'$  w kierunku prostopadłym do  $\#2$ ). Obciążenia numerujemy od największego do najmniejszego:  $\#1 > \#2 = \#2'$ . Huśtawka podwieszona w dwóch punktach kołysze się w jednym kierunku, prostopadłym do płaszczyzny lin. Na konstrukcję wsporczą huśtawka ta działa symetrycznymi parami sił: pionowych skierowanych do dołu ( $\#1$ ), poziomych dwustronnych skierowanych prostopadle do płaszczyzny lin ( $\#2$ ) oraz, w przypadku lin pochylonych, dwóch jednostronnych sił poziomych skierowanych od siebie (liny rozchodzą się w kierunku siedziska) lub do siebie (liny zbiegają się w kierunku siedziska) -  $\#2'$ . Obciążeniom występującym parami nadajemy ten sam numer. Pręty konstrukcji mogą pracować na zginanie w jednej lub dwóch płaszczyznach oraz skręcanie, ściskanie i rozciąganie. W danej płaszczyźnie zginanie może być jednostronne-niesymetryczne lub dwustronne-symetryczne. Na ogół od różnych obciążeń pręt pracuje różnie - rozważamy wszystkie sposoby pracy każdego pręta od wszystkich obciążeń. Sposób pracy odzwierciedlamy za pomocą rysunku przekroju niezbędnego do danego rodzaju pracy danego pręta. Dla każdego obciążenia sporządzamy osobny rysunek z przekrojami i wykresami momentów zginających. Sporządzamy też rysunek z przekrojami sumarycznymi, stanowiącymi syntezę wszystkich stanów obciążenia. Wybieramy przekroje o formach maksymalnie oszczędnych i prostych, komplikowanych tylko wtedy, gdy jest to uzasadnione konkretnym sposobem pracy pręta. Zasada prostoty dotyczy przekrojów dla poszczególnych obciążeń oraz przekrojów sumarycznych. Najmniej wymagające jest rozciąganie. Pręt rozciągany może mieć dowolną formę przekroju - najprostszym przekrojem jest lina lub pręt zbrojeniowy (oznaczenie: duża kropka). W przypadku ściskania rysujemy symetryczny kątownik ( $>$ ). Kątownik ma małą grubość i znaczną szerokość w dwóch kierunkach dla ochrony przed wyboczeniem. W przypadku zginania jednostronnego (np. od siły pionowej do dołu) rysujemy dwuteownik niesymetryczny, wysoki w płaszczyźnie zginania, którego pas ścisany jest szerszy od pasa rozciąganego (ze względu na możliwość wyboczenia) – wąski pas rozciągany możemy rysować jako kropkę. W przypadku zginania dwustronnego, od zmieniających zwrot sił poziomych, rysujemy symetryczny dwuteownik wysoki w płaszczyźnie zginania, o wąskich półkach. Duża wysokość daje duże ramie pary sił wewnętrznych w półkach,

tworzących moment zginający. Szerokość póltek - obie są naprzemiennie ściskane - musi zabezpieczać je przed wyboczeniem. Zginanie od siły o stałym zwrocie, ale z wykresem momentów przechodzącym na długości pręta z jednej strony na drugą, traktujemy jak zginanie dwustronne i wybieramy jako przekrój dwuteownik symetryczny. W przypadku skręcania rysujemy rurę okrągłą. Rurę tę przekreślamy znakiem x, gdy pręt jest skręcany, ale nie musi skręcania wytrzymywać (skręcanie pomijalne w momencie wyboru formy przekroju). Przekrój ostateczny pręta jest syntezą wszystkich przekrojów dla poszczególnych obciążeń. Sumując przekroje trzeba pamiętać, że wszelkie momenty (zginające i skręcające) wymagają większych wymiarów przekroju niż ściskanie, a tym bardziej rozciąganie. Dotyczy to także sytuacji, gdy rozciąganie/ściskanie pochodzi od obciążenia #1 a zginanie od obciążeń #2 lub #2' - ponieważ obciążenie zginające, działające poprzecznie do pręta, jest wzmacniane przez pręt proporcjonalnie do stosunku długości pręta do jego średnicy, a więc kilkunastokrotnie. Ponadto, choć obciążenie zostało rozłożone na trzy składowe (#1, #2, #2') dla ułatwienia analizy pracy konstrukcji, to w rzeczywistości te trzy obciążenia nie działają niezależnie, w różnym czasie. Konkretnie, największe obciążenie (#1 - pionowe) jest zawsze obecne, gdy działa obciążenie poziome #2 lub #2'. Ostatecznie zasady sumowania przekrojów są następujące. Ściskanie + rozciąganie = ściskanie (kątownik), np. od naprzemiennego obciążenia #2. Ale duże rozciąganie od siły #1 plus małe ściskanie od siły #2 lub #2' daje dzięki jednoczesności działania obciążeń przekrój rozciągany (lina). Zginanie (jednostronne lub dwustronne) + ściskanie lub rozciąganie = zginanie (dwuteownik niesymetryczny lub symetryczny, taki jak rodzaj zginania), także gdy zginanie jest drugorzędne (#2 lub #2') a ściskanie/rozciąganie pierwszorzędne (#1). Duże zginanie (jednostronne lub dwustronne) + małe zginanie (jednostronne lub dwustronne) w płaszczyźnie prostopadłej do zginania dużego = dwuteownik symetryczny duży (#1) w kierunku zginania dużego i węższy (#2 lub #2') w kierunku małego; to drugorzędne zginanie determinuje szerokość pasów dwuteownika, gdyż jest ono poważniejszym problemem niż wyboczenie pasów od zginania #1. Zginanie duże (#1) + duże skręcanie (#1) = rura kwadratowa. Duże zginanie (#1) plus małe skręcanie (#2 lub #2') = rura prostokątna, wydłużona w płaszczyźnie zginania. Jednak przekrój ostateczny wybieramy jako rurowy tylko w przypadku, gdy konstrukcja nie rurowa (przekrój otwarty) nie zapewnia równowagi momentów, tj. gdy skręcanie jest niepomijalne. Jest to decyzja projektowa w tym temacie; w praktyce można postępować odwrotnie, tj. przekroje skręcane czynić rurowymi, czyli sztywnymi na skręcanie, także w przypadku skręcania pomijalnego. Gdy dwa pręty połączone są pod kątem prostym (klamka), jeden jest zamocowany w podporze a drugi obciążony prostopadle do płaszczyzny utworzonej przez pręty, mamy do czynienia ze zginaniem pręta obciążonego i zginaniem połączonym ze skręcaniem pręta zamocowanego. Bez uwzględnienia momentu skręcającego nie może być równowagi momentów w połączeniu obu prętów, a więc pręt skręcany musi mieć przekrój przenoszący skręcanie, czyli rurowy; występuje tu skręcanie niepomijalne. Inaczej jest w przypadku pręta zginanego obciążeniem, opartego na dwóch prętach prostopadłych do płaszczyzny zginania pręta obciążonego (rama kwadratowa). Te dwa pręty są zginane i skręcane (z powodu sztywnych połączeń), ale równowaga momentów jest możliwa bez momentów skręcających w tych prętach, gdy przekroje tych prętów zaprojektujemy jako dwuteowniki, sztywne na zginanie, o małej sztywności skrętnej; jest to przypadek skręcania pomijalnego.

**Przypadki szczególne.** (1) Wspornik poziomy, jedna lina na końcu: duże zginanie jednostronne w pionie (góra rozciągana, dół ściskany) od obciążenia pionowego (#1), małe zginanie dwustronne w poziomie od obciążenia poziomego poprzecznego (#2), ściskanie/rozciąganie od obciążenie poziomego podłużnego (#2'), przekrój sumaryczny - dwuteownik symetryczny duży w pionie. (2) Szubienica (wspornik poziomy wyrastający ze słupa pionowego), jedna lina na końcu: wspornik poziomy jak w (1), słup - duże zginanie jednostronne (ściskanie po stronie wspornika) w płaszczyźnie szubienicy od siły pionowej (#1), małe zginanie dwustronne w tej płaszczyźnie od sił poziomych (#2) skierowanych wzdłuż wspornika, małe zginanie dwustronne w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny szubienicy od sił poziomych (#2'), małe skręcanie od sił (#2') - niepomijalne (potrzebna rura); przekrój ostateczny słupa to rura prostokątna, wydłużona w płaszczyźnie szubienicy. (3) Kwadratowa rama stojąca (poziomy rygiel na dwóch

pionowych słupach), jedna lina w środku rygla: duże zginanie (gną się słupy i rygiel, jak w ramie o wszystkich węzłach sztywnych) w płaszczyźnie ramy od siły pionowej (#1), ściskanie słupów od obciążenia #1, małe zginanie dwustronne od sił poziomych (#2) prostopadłych do ramy (gnie się rygiel i słupy; rygiel ma schemat belki opartej przegubowo na obu końcach, słupy są wspornikami obciążonymi na końcu przez rygiel), pomijalne skręcanie słupów (dzięki temu, że są dwa) od sił (#2), małe zginanie dwustronne w płaszczyźnie ramy od sił poziomych (#2') skierowanych wzdłuż rygla (węzły są sztywne, zginają się słupy i rygiel). Przekroje ostateczne: rygiel i słupy to dwuteowniki symetryczne, duże w płaszczyźnie ramy, małe w poprzek. Słupy nie muszą być rurami – układ będzie w równowadze w przypadku słupów dwuteowych, podatnych na skręcanie. (4) Rama o słupach podwójnych, trójkątnych: od obciążenie pionowego #1 i poziomego #2' wzdłuż rygla zgina się jak w (4) – rygiel i wszystkie cztery słupy są zginane, od sił #2 poprzecznych do rygla rygiel się zgina jak w (4) ale słupy są tylko naprzemiennie ściskane/rozciągane; przekroje sumaryczne jak w (3). (5) Dwa pręty tworzące wspornik trójkątny, jedna lina na końcu wspornika. Siły poprzeczne do płaszczyzny trójkąta zginają go (oba pręty tak samo, jak wsporniki). Siły w płaszczyźnie trójkąta nigdy go nie zginają, lecz tylko ściskają lub rozciągają, zależnie od kierunku siły wobec kierunku prętów. Siła wzdłuż jednego z prętów ściska go lub rozciąga, a drugi pręt nie pracuje (siła w nim jest zerowa). Siła skierowana dowolnie w klinie pomiędzy kierunkami prętów ściska oba pręty lub rozciąga oba pręty. Siła w klinie poza kierunkami obu prętów rozciąga pręt którego koniec oddala się pod wpływem siły od podpory i ściska drugi pręt. Na przykład w symetrycznym trójkącie stojącym, z liną w wierzchołku: obciążenie pionowe (#1) ściska oba pręty, obciążenie poziome (#2) w płaszczyźnie prętów naprzemiennie ściska/rozciąga oba pręty, obciążenie poziome (#2') prostopadłe do płaszczyzny trójkąta zgina oba pręty jak wsporniki w kierunku obciążenia #2'; przekrój ostateczny obu prętów to symetryczny dwuteownik duży w kierunku prostopadłym do płaszczyzny trójkąta. (6) Ostrosłup (piramida) o trzech krawędziach wspornikowych, zbiegających się w jednym wierzchołku, obciążonym liną. Nie ma tu nigdy zginania, jest tylko ściskanie/rozciąganie, zależnie od kierunku obciążenia względem kierunków prętów. Mamy tu trzy pręty nie leżące w jednej płaszczyźnie, tworzące parami trzy różne płaszczyzny. Obciążenie skierowane wzdłuż jednego pręta ściska go lub rozciąga; pozostałe dwa pręty nie pracują (siły zerowe). Obciążenie w płaszczyźnie dwóch prętów ściska je lub rozciąga zgodnie z zasadami podanymi powyżej w punkcie (5); trzeci pręt nie pracuje. Obciążenie w przestrzennym klinie pomiędzy kierunkami prętów ściska wszystkie pręty, albo rozciąga wszystkie pręty. Obciążenie poza tym klinem można analizować spoglądając na piramidę z boku, tak by dwa pręty zlewały się w jeden, co prowadzi do formy płaskiego trójkąta, do którego stosujemy zasady podane w punkcie (5). W przypadku trójkąta i piramidy trzeba pamiętać, że duże rozciąganie od siły #1 plus małe ściskanie od siły #2 lub #2' daje w sumie rozciąganie (lina), gdyż ciężar własny (#1) jest stale obecny.