

#### **Temat 4: Belki wieloprzęsłowe statycznie niewyznaczalne**

##### **Opis typowego zadania**

Dane: schemat geometryczny belki i obciążenie

Do zrobienia: linia ugięcia \* wykres momentów zginających \* reakcje podpór \* konstrukcje belki ( jedna z krat - krata z rozciąganyymi krzyżulcami, krata ze ściskanymi krzyżulcami, krata wężykowa z rozciąganyymi krzyżulcami w miejscach najgorszych - oraz belka pełna żelbetowa jednostronnie zbrojona, belka z otworami zmiennej wielkości, belka lekka – o zmiennej grubości)

##### **Schematy belek**

od 1 do 5 przęseł (przęsło rozciąga się od swobodnego końca do najbliższej podpory lub od podpory do sąsiedniej podpory) \* przęsła końcowe mogą być wspornikowe \* długości przęseł jednakowe lub niektóre przęsła dużo krótsze (dłuższe) od innych \* wsporniki zawsze dużo krótsze lub dłuższe od innych przęseł \* podpory przegubowe lub utwierdzone \* przeguby w belce nad podporami lub w przęsłach w punktach przegięcia (jeden lub maksymalnie dwa w jednym przęśle) \* dylatacje przegubowe (przegub nad podporą) lub sztywne (podpora sztywna) \* wysokość przekroju belki stała na całej długości \* materiał belki jednakowy na całej długości

##### **Obciążenia**

są ciągłe w całym przęśle, skupione (1, 2 lub 3 siły w jednym przęśle), ciągłe i skupione w tym samym przęśle \* obciążenie na całości belki lub tylko w niektórych przęsłach \* obciążenia zawsze skierowane do dołu (grawitacyjne) \* przyjmujemy orientacyjnie, że całkowite obciążenie przęsła jest proporcjonalne do jego długości, a więc obciążenie przęseł dłuższych jest większe.

##### **Ogólne cechy rozwiązań**

belki przegubowe zachowują się podobnie (ugięcie, wykres momentów, reakcje, konstrukcje -te są inne tylko w przegubach) do takich samych belek, z których usunięto przeguby, jeśli przeguby występują w miejscu punktów przegięcia belki bezprzegubowej \* dylatacja (przegubowa lub sztywna) rozdziela zadanie po lewej stronie dylatacji od zadania po prawej: każde z tych zadań można rozwiązać osobno - tylko wyniki są przedstawione na wspólnych rysunkach; może być jedno lub więcej takich rozdzieleni \* zadanie symetryczne ma symetryczne rozwiązanie

##### **Linia ugięcia**

jest w belkach przeszywnionych łatwa do naszkicowania z uwagi na znaczne skrępowania ruchów takich belek i od niej zaczynamy analizę \* linia ugięcia jest bardzo potrzebna – określa położenie wykresu momentów zginających \* jest ciągła - nie ma przerw \* jest gładka (bez kantów) w belce bezprzegubowej i w takiej przegubowej, której przeguby umieszczone są w punktach przegięcia belki bezprzegubowej \* ma na ogół kandy w przegubach nad podporami \* przechodzi przez wszystkie podpory \* może być pochylona na podporach przegubowych – pochyla się w stronę przęsła bardziej obciążonego; nie może się pochylać (obracać) na podporach utwierdzonych i na osi symetrii (podporę przegubową, z którą sąsiadują dwa przęsła jednakowej długości podobnie obciążone traktujemy jako przybliżoną, lokalną oś symetrii, gdzie belka nie obraca się) \* podąża w dół w ślad za obciążeniem w przęsłach obciążonych, jeśli nie są one krótkie (te są podnoszone do góry przez długie, obciążone przęsła sąsiednie) \* jest identyczna w belce przegubowej i w belce bezprzegubowej, jeśli przeguby umieszczono w punktach przegięcia belki bezprzegubowej (niezależnie od liczby takich przegubów) \* w jednym

przęśle może być 0, 1 lub maksymalnie 2 przeguby i/lub punkty przegięcia łącznie (np. 2 punkty przegięcia, albo 2 przeguby, albo 1 przegub i 1 punkt przegięcia) – wynika to z możliwych 0,1 lub 2 miejsc zerowych wykresu momentów \* w przęśle nie obciążonym może być maksymalnie 1 punkt przegięcia \* jeśli w przęśle nie obciążonym jest przegub (w środku lub na końcu), to nie może w nim wystąpić punkt przegięcia \* w przęsłach wspornikowych lub dwuprzegubowych łatwiej jest najpierw narysować wykres momentów i z niego odczytać zakrzywienie belki (obrót końców takiego przęsła zależy jednak od sąsiadów - krzywizna nie zależy) \* krótki wspornik (obciążony lub nie) obraca się tak jak jego długi i obciążony sąsiad \* długi obciążony wspornik obraca swego krótkiego (obciążonego lub nie) sąsiada

### **Wykresy momentów zginających**

są ściśle związane z obciążeniem i z linią ugięcia – obciążenie określa ich kształt, a linia ugięcia ich położenie (po stronie rozciąganej, z zerami w punktach przegięcia) \* reagują na wszystkie szczegóły obciążenia, ale tylko w przęsłach obciążonych (w nieobciążonych są proste) \* są symetryczne w zadaniu symetrycznym \* są ciągłe - nie mają skoków (wyjątek: wewnętrzna podpora utwierdzona) \* nie są gładkie - mają kanty pod siłami skupionymi, skierowane do dołu pod obciążeniami i reakcjami działającymi w dół a do góry nad reakcjami skierowanymi do góry \* są proste na odcinkach pozbawionych podpór i obciążenia \* są krzywe pod obciążeniem rozłożonym \* są krzywe i kanciaste pod obciążeniem skupionym dodanym do rozłożonego \* są zawsze wypukłe do dołu między podporami (dla obciążeń skierowanych do dołu) \* są rysowane ( tak się umawiamy) zawsze po stronie rozciąganej -strona rozciągana jest wypukłą stroną linii ugięcia \* w częściach zdylatowanych są niezależne od siebie, przy czym w części mniej sztywnej (dłuższej między podporami lub o mniej sztywnych podporach) momenty są większe \* pierwsze przybliżenie wykresu momentów otrzymamy zastępując rzeczywiste obciążenia przęseł zastępczymi obciążeniami równomiernymi (przęsła bez obciążenia takie pozostają); w drugim kroku korygujemy wykres momentów, dodając kanty pod siłami skupionymi lub prostując wykres na odcinkach nie obciążonych ciągle \* w przęśle z dwoma przegubami (a więc dwoma zerami) wykres może być narysowany od razu – kształt wykresu wynika z obciążenia przęsła a położenie ustalają dwa przeguby \* może być narysowany od razu, na podstawie samego obciążenia, w skrajnych przęsłach wspornikowych (są one bowiem statycznie wyznaczalne).

### **Reakcje**

są dwóch rodzajów - siły skupione (skierowane w dół lub górę) na wszystkich podporach (przegubowych i utwierdzonych) oraz momenty (skierowane w lewo lub w prawo) na podporach utwierdzonych \* oba rodzaje reakcji odczytujemy z wykresu momentów - reakcje momentowe jako wielkości rozciągające górę lub dół belki, a reakcje siłowe jako kierunki kantów wykresu \* na wewnętrznych podporach rozdzielających (utwierdzenie lub przegub nad podporą) mamy dwa komplety reakcji - lewostronny i prawostronny - niezależne od siebie

### **Konstrukcje**

przegub: znaczne przewężenie konstrukcji a w nim małe kółko symbolizujące detal przegubu; w kratownicy przewężenie uzyskujemy wyjmując jeden odcinek pasa górnego lub dolnego

kratownica z rozciąganymi krzyżulcami (co zapobiega wyboczeniu cienkich prętów, np. stalowych) - kierunek pochylenia krzyżulców ma pokrywać się z nachyleniem wykresu momentów

kratownica ze ściskanymi krzyżulcami (co zapobiega ich wypadaniu, np. w konstrukcji drewnianej) - kierunek krzyżulców jest przeciwny do kierunku wykresu momentów

kratownica wężykowa (z krzyżulcami na przemian pochyłonymi w prawo lub lewo) z rozciąganymi krzyżulcami w miejscach najgorszych - pochylamy krzyżulce tak jak wykres momentów w miejscach najostriejszych kantów wykresu momentów (zwykle lewe i prawe strony podpór)

belka z otworami zmiennej wielkości - mniejsze otwory (mniejsze osłabienie belki)

umieszczamy w strefach dużego nachylenia wykresu momentów (zwykle okolice podpór), a większe otwory w strefach małego nachylenia wykresu momentów (zwykle środki przęseł) \* otwory nie mają praktycznego wpływu na wytrzymałość na zginanie; mają istotny wpływ na wytrzymałość na siły ścinające (poprzeczne i rozwarstwiające) - wielkość tych sił odpowiada wielkości nachylenia wykresu momentów

belka żelbetowa jednostronnie zbrojona - zbrojona jest górą lub dołem, po stronie rozciąganej (sam beton nie wytrzymuje rozciągania), a strona rozciągana widoczna jest na linii ugięcia i wykresie momentów.

belka lekka (np. żelbetowa lub blachownica stalowa) – grubość zmienia się jak wartość absolutna wykresu momentów; w punktach przegięcia linii ugięcia (gdzie momenty są zerowe) grubość jest mała, ale różna od zera (grubość bardzo mała oznaczałaby nieplanowane przeguby, mogące uczynić konstrukcję zmienną geometrycznie).