

### Temat 3: Pręty przestrzenne statycznie wyznaczalne

#### Typowe zadanie:

Dane: pręt przestrzenny, przebiegający krawędzią sześciangu, zamocowany sztywno na jednym końcu i obciążony siłą skupioną  $Q$  na drugim końcu.

Do zrobienia: obciążenie przeniesione na końce prostych odcinków pręta \* wykresy sił wewnętrznych: podłużnej  $N$ , poprzecznej  $T$ , momentu zginającego  $M^z$  i momentu skręcającego  $M^s$

**Praca pręta:** pręt jest nieprzesztywniony (statycznie wyznaczalny), a więc siły wewnętrzne można wyznaczyć z warunków równowagi, bez analizy deformacji. Każdy prosty odcinek pręta pracuje jak wspornik sztywno zamocowany w końcu odcinka poprzedniego i obciążony na końcu obciążeniem przeniesionym z końca całej konstrukcji. Początek odcinka pierwszego jest zamocowany w otoczeniu pręta (fundamencie), a koniec odcinka ostatniego jest obciążony siłą skupioną  $Q$ .

#### Siły wewnętrzne:

Siła podłużna  $N$ : występuje w prętach obciążonych podłużnie. Jest stała na długości pręta i równa obciążeniu na końcu pręta ( $N=Q$ ). Jest ściskająca lub rozciągająca. Jej wykresy rysujemy wzdłuż pręta, w dowolnej płaszczyźnie. Litera  $R$  na wykresie wskazuje na rozciąganie, a litera  $S$  na ściskanie.

Siła poprzeczna  $T$ : występuje w prętach obciążonych poprzecznie. Jest stała na długości pręta i równa przyłożonemu obciążeniu ( $T=Q$ ). Działa (i jest rysowana) w płaszczyźnie utworzonej przez obciążenie i pręt (dwie proste przecinające się jednoznacznie określają płaszczyznę).

Moment zginający  $M^z$ : występuje w następujących przypadkach, których wspólną cechą jest działanie obciążenia w płaszczyźnie pręta:

(1) obciążenie jest prostopadłe do pręta, a więc występuje także siła poprzeczna  $T$ . Pręt jest zginany, w płaszczyźnie (wspólnej dla  $M^z$  i  $T$ ) utworzonej przez pręt i obciążenie. Wykres momentu rysujemy w tej płaszczyźnie, po stronie rozciąganej. Wykres jest trójkątny, z zerem na końcu obciążonym. Wartość momentu na drugim końcu (zamocowanym) wynosi  $M^z=Qb$  ( $Q$  - obciążenie,  $b$  - długość pręta).

(2) obciążeniem jest moment skupiony na końcu pręta - wynikający z przeniesienia równoległego obciążenia  $Q$ , mającego kierunek pręta, na odległość  $b$  - działający w płaszczyźnie, w której przeniesiono obciążenie, o wartości  $M=Qb$ . Wykres momentu jest stały (czyste zginanie, to jest zginanie bez ścinania poprzecznego) na długości pręta i równy  $M^z=Qb$ . Rysujemy go po stronie rozciąganej, w płaszczyźnie zginania.

(3) kombinacja przypadków (1) i (2), czyli obciążenie poprzeczne  $Q$  oraz moment skupiony  $Qb$ , zginające pręt w tej samej płaszczyźnie, ale w przeciwnych kierunkach. Należy odjąć od stałego wykresu momentów związanego z momentem skupionym  $Qb$  wykres trójkątny odpowiadający obciążeniu poprzecznemu  $Q$ . Wynikiem jest wykres trójkątny o wartości  $Qb$  na końcu obciążonym i wartości zerowej na drugim końcu. Wykres leży po stronie wykresu od momentu skupionego.

Moment skręcający  $M^s$ : wywołuje go moment skupiony działający w płaszczyźnie prostopadłej do osi pręta. Moment taki powstaje wskutek przeniesienia równoległego obciążenia skupionego  $Q$ , skierowanego prostopadłe do pręta, na odległość  $b$ . Moment skręcający jest stały na długości pręta, równy  $M^s=Qb$ . Rysujemy go wzdłuż pręta, w dowolnej płaszczyźnie (płaszczyzną działania momentu skręcającego jest płaszczyzna przekroju poprzecznego pręta - w niej należy umieścić zakrzywioną strzałkę momentu skręcającego).

#### Przenoszenie obciążenia:

\* siłę można dowolnie przesuwać wzdłuż jej linii działania (nie można zmieniać zwrotu siły)

\* moment (reprezentowany przez zakrzywioną strzałkę w płaszczyźnie działania momentu) można (1) dowolnie przesuwać w płaszczyźnie działania momentu (np. z jednego do innego narożnika na tej samej ścianie), i (2) płaszczyzna działania momentu może być przesuwana do położenia równoległego (np. moment można przenieść w sześciangu ze ściany przedniej na tylną, z lewej na prawą, z dolnej na górną)

\* siłę można przesunąć z jej linii działania na linię równoległą (bez zmiany zwrotu i wartości) dodając do siły przeniesionej moment działający we wspólnej płaszczyźnie siły pierwotnej i siły przesuniętej, o wartości  $Qb$  ( $Q$  - wartość siły wyjściowej i przeniesionej,  $b$  - odległość między liniami działania tych sił). Zwrot momentu jest zgodny z kierunkiem w jakim siła przed przeniesieniem obiega dowolny punkt na prostej, na którą siła jest przenoszona

\* siły przesuwamy na ogół po krawędziach sześciangu. Jedynym wyjątkiem jest przesuwanie siły po przekątnej sześciangu na pręt równoległy do siły. Przesunięcie to tworzy moment zginający pręt w płaszczyźnie przekątnej.