

Temat 6: Przestrzenne układy prętowe

Analizowane przestrzenne układy prętowe będą konstrukcjami wsporczymi podtrzymującymi huśtawki.

Typowe zadanie

Dane: schemat konstrukcji układu prętowego: huśtawka plus układ prętowy stanowiący konstrukcję wsporczą. Szukane: obciążenia, przekroje prętów metalowych i wykresy momentów zginających konstrukcji wsporczej od poszczególnych obciążeń i sumaryczne, na osobnych rysunkach. Rysunki trójwymiarowe, na szkielecie sześciennym.

Huśtawki: składają się z poziomego siedziska podwieszonego na końcach do jednej lub dwóch symetrycznych lin w płaszczyźnie siedziska. Liny trzymają się w jednym lub dwóch punktach konstrukcji wsporczej (układu prętowego). Konstrukcja wsporcza składa się z połączonych sztywno ze sobą i z podporami prostych prętów. Przykładowe konstrukcje wsporcze to wspornik poziomy, dwa równoległe wsporniki pionowe lub poziome, wspornik załamany z dwóch prętów prostokątnych do siebie, dwa takie wsporniki w różnych kombinacjach położenia, rama kwadratowa (trzy pręty) stojąca, wisząca lub leżąca, dwie takie ramy równoległe, rama trójwymiarowa pięcioprętowa, utworzona z dwóch równoległych wsporników załamanych i poprzeczki, wspornik trójkątny dwuprętowy w różnych położeniach, dwa takie wsporniki, piramida trójkątna w różnych położeniach, dwie takie piramidy. Huśtawka podwieszona w jednym punkcie do konstrukcji wsporczej może się huścić w dwóch płaszczyznach: w lewo-prawo oraz do przodu-tyłu. Huśtawka taka obciąża konstrukcję wsporczą siłą pionową do dołu (ciężar plus składowa pionowa siła odśrodkowej) oraz podwójnymi, naprzemiennymi siłami poziomymi (składowe poziome siły odśrodkowej) w lewo-prawo i do przodu-tyłu. Zakładamy, że maksymalne odchylenie huśtawki od pionu jest niewielkie, a wtedy siła pionowa jest większa (#1) od sił poziomych (#2 w jednym kierunku i #2' w kierunku prostokątnym do #2). Obciążenia numerujemy od największego do najmniejszego: #1>#2=#2'. Huśtawka podwieszona w dwóch punktach kołysze się w jednym kierunku, prostokątnym do płaszczyzny lin. Na konstrukcję wsporczą huśtawka ta działa symetrycznymi parami sił: pionowych skierowanych do dołu (#1), poziomych dwustronnych skierowanych prostokątnie do płaszczyzny lin (#2) oraz, w przypadku lin pochylonych, dwóch jednostronnych sił poziomych skierowanych od siebie (liny rozchodzą się w kierunku siedziska) lub do siebie (liny zbiegają się w kierunku siedziska) - #2'. Obciążeniom występującym parami nadajemy ten sam numer. Pręty konstrukcji mogą pracować na zginanie w jednej lub dwóch płaszczyznach oraz skręcanie, ściskanie i rozciąganie. Na ogół od różnych obciążeń pręt pracuje różnie - rozważamy wszystkie sposoby pracy każdego pręta od wszystkich obciążeń. Sposób pracy odzwierciedlamy za pomocą rysunku przekroju pręta metalowego, niezbędnego do danego rodzaju pracy danego pręta. Dla każdego obciążenia sporządzamy osobny rysunek z przekrojami i wykresami momentów zginających. Sporządzamy też rysunek z przekrojami sumarycznymi, stanowiącymi syntezę wszystkich stanów obciążenia. Wybieramy przekroje o formach maksymalnie oszczędnych i prostych, komplikowanych tylko wtedy, gdy jest to uzasadnione konkretnym sposobem pracy pręta. Zasada prostoty dotyczy przekrojów dla poszczególnych obciążeń oraz przekrojów sumarycznych. Najmniej wymagające jest rozciąganie. Pręt rozciągany może mieć dowolną formę przekroju - najprostszym przekrojem ma lina lub pręt zbrojeniowy (oznaczenie: duża kropka). W przypadku ściskania rysujemy symetryczny kątownik (>). Kątownik ma małą grubość i znaczną szerokość w dwóch kierunkach dla ochrony przed wyboczeniem. W przypadku zginania rysujemy dwuteownik wysoki w płaszczyźnie zginania, o wąskich półkach. Duża wysokość daje duże ramie pary sił wewnętrznych w półkach, tworzących moment zginający. Szerokość półek - obie są naprzemiennie ściskane - musi zabezpieczać je przed wyboczeniem. W przypadku skręcania rysujemy rurę okrągłą. Rurę tę przekreślamy znakiem x, gdy pręt jest skręcany, ale nie musi

skręcania wytrzymywać (skręcanie pomijalne w momencie wyboru formy przekroju). Przekrój ostateczny pręta jest syntezą wszystkich przekrojów dla poszczególnych obciążeń. Sumując przekroje trzeba pamiętać, że wszelkie momenty (zginające i skręcające) wymagają większych wymiarów przekroju niż ściskanie, a tym bardziej rozciąganie. Dotyczy to także sytuacji, gdy rozciąganie/ściskanie pochodzi od obciążenia #1 a zginanie od obciążeń #2 lub #2' – ponieważ obciążenie zginające, działające poprzecznie do pręta, jest wzmacniane przez pręt proporcjonalnie do stosunku długości pręta do jego średnicy, a więc kilkunastokrotnie. Ponadto, choć obciążenie zostało rozłożone na trzy składowe (#1, #2, #2') dla ułatwienia analizy pracy konstrukcji, to w rzeczywistości te trzy obciążenia nie działają niezależnie, w różnym czasie. Konkretnie, największe obciążenie (#1 – pionowe) jest zawsze obecne, gdy działa obciążenie poziome #2 lub #2'. Ostatecznie zasady sumowania przekrojów są następujące. Ściskanie + rozciąganie = ściskanie (kątownik), np. od naprzemiennego obciążenia #2. Ale duże rozciąganie od siły #1 plus małe ściskanie od siły #2 lub #2' daje dzięki jednoczesności działania obciążeń przekrój rozciągany (lina). Zginanie + ściskanie lub rozciąganie = zginanie, także gdy zginanie jest drugorzędne (#2 lub #2') a ściskanie/rozciąganie pierwszorzędne (#1). Duże zginanie + małe zginanie w płaszczyźnie prostopadłej do zginania dużego = dwuteownik duży (#1) w kierunku zginania dużego i węższy (#2 lub #2') w kierunku małego; to drugorzędne zginanie determinuje szerokość pasów dwuteownika, gdyż jest ono poważniejszym problemem niż wyboczenie pasów od zginania #1. Zginanie duże (#1) + duże skręcanie (#1) = rura kwadratowa. Duże zginanie (#1) plus małe skręcanie (#2 lub #2') = rura prostokątna, wydłużona w płaszczyźnie zginania. Jednak przekrój ostateczny wybieramy jako rurowy tylko w przypadku, gdy konstrukcja nie rurowa (przekrój otwarty) nie zapewnia równowagi momentów, tj. gdy skręcanie jest niepomijalne. Jest to decyzja projektowa w tym temacie; w praktyce można postępować odwrotnie, tj. przekroje skręcane czynić rurowymi, czyli sztywnymi na skręcanie, także w przypadku skręcania pomijalnego. Gdy dwa pręty połączone są pod kątem prostym (klamka), jeden jest zamocowany w podporze a drugi obciążony prostopadłe do płaszczyzny utworzonej przez pręty, mamy do czynienia ze zginaniem pręta obciążonego i zginaniem połączonym ze skręcaniem pręta zamocowanego. Bez uwzględnienia momentu skręcającego nie może być równowagi momentów w połączeniu obu prętów, a więc pręt skręcany musi mieć przekrój przenoszący skręcanie, czyli rurowy; występuje tu skręcanie niepomijalne. Inaczej jest w przypadku pręta zginanego obciążeniem, opartego na dwóch prętach prostopadłych do płaszczyzny zginania pręta obciążonego (rama kwadratowa). Te dwa pręty są zginane i skręcane (z powodu sztywnych połączeń), ale równowaga momentów jest możliwa bez momentów skręcających w tych prętach, gdy przekroje tych prętów zaprojektujemy jako dwuteowniki, sztywne na zginanie, o małej sztywności skrętnej; jest to przypadek skręcania pomijalnego.

Przypadki szczególne. (1) Wspornik poziomy, jedna lina na końcu: duże zginanie w pionie od obciążenia pionowego (#1), małe zginanie w poziomie od obciążenia poziomego poprzecznego (#2), ściskanie/rozciąganie od obciążenia poziomego podłużnego (#2'), przekrój sumaryczny – dwuteownik duży w pionie. (2) Szubienica (wspornik poziomy wyrastający ze słupa pionowego), jedna lina na końcu: wspornik poziomy jak w (1), słup – duże zginanie w płaszczyźnie szubienicy od siły pionowej (#1), małe zginanie w tej płaszczyźnie od sił poziomych (#2) skierowanych wzdłuż wspornika, małe zginanie w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny szubienicy od sił poziomych (#2'), małe skręcanie od sił (#2') – niepomijalne (potrzebna rura); przekrój ostateczny słupa to rura prostokątna, wydłużona w płaszczyźnie szubienicy. (3) Kwadratowa rama stojąca (poziomy rygiel na dwóch pionowych słupach), jedna lina w środku rygla: duże zginanie (gną się słupy i rygiel, jak w ramie o wszystkich węzłach sztywnych) w płaszczyźnie ramy od siły pionowej (#1), ściskanie słupów od obciążenia #1, małe zginanie od sił poziomych (#2) prostopadłych do ramy (gnie się rygiel i słupy; rygiel ma schemat belki opartej przegubowo na obu końcach, słupy są wspornikami obciążonymi na końcu przez rygiel), pomijalne skręcanie słupów (dzięki temu, że są dwa) od sił (#2), małe zginanie w płaszczyźnie ramy od sił poziomych (#2') skierowanych wzdłuż rygla (węzły są sztywne, zginają się słupy i rygiel). Przekroje ostateczne: rygiel i słupy to dwuteowniki duże w płaszczyźnie ramy, małe w poprzek. Słupy nie muszą być rurami – układ będzie w równowadze

w przypadku słupów dwuteowych, podatnych na skręcanie. **(4)** Dwa pręty tworzące wspornik trójkątny, jedna lina na końcu wspornika. Siły poprzeczne do płaszczyzny trójkąta zginają go (oba pręty tak samo, jak wsporniki). Siły w płaszczyźnie trójkąta nigdy go nie zginają, lecz tylko ściskają lub rozciągają, zależnie od kierunku siły wobec kierunku prętów. Siła wzdłuż jednego z prętów ściska go lub rozciąga, a drugi pręt nie pracuje (siła w nim jest zerowa). Siła skierowana dowolnie w klinie pomiędzy kierunkami prętów ściska oba pręty lub rozciąga oba pręty. Siła w klinie poza kierunkami obu prętów rozciąga pręt którego koniec oddala się pod wpływem siły od podpory i ściska drugi pręt. Na przykład w symetrycznym trójkącie stojącym, z liną w wierzchołku: obciążenie pionowe (#1) ściska oba pręty, obciążenie poziome (#2) w płaszczyźnie prętów naprzemiennie ściska/rozciąga oba pręty, obciążenie poziome (#2') prostopadłe do płaszczyzny trójkąta zgina oba pręty jak wsporniki w kierunku obciążenia #2'; przekrój ostateczny obu prętów to dwuteownik duży w kierunku prostopadłym do płaszczyzny trójkąta. **(5)** Ostrosłup (piramida) o trzech krawędziach wspornikowych, zbiegających się w jednym wierzchołku, obciążonym liną. Nie ma tu nigdy zginania, jest tylko ściskanie/rozciąganie, zależnie od kierunku obciążenia względem kierunków prętów. Mamy tu trzy pręty nie leżące w jednej płaszczyźnie, tworzące parami trzy różne płaszczyzny. Obciążenie skierowane wzdłuż jednego pręta ściska go lub rozciąga; pozostałe dwa pręty nie pracują (siły zerowe). Obciążenie w płaszczyźnie dwóch prętów ściska je lub rozciąga zgodnie z zasadami podanymi powyżej w punkcie (4); trzeci pręt nie pracuje. Obciążenie w przestrzennym klinie pomiędzy kierunkami prętów ściska wszystkie pręty, albo rozciąga wszystkie pręty. Obciążenie poza tym klinem można analizować spoglądając na piramidę z boku, tak by dwa pręty zlewały się w jeden, co prowadzi do formy płaskiego trójkąta, do którego stosujemy zasady podane w punkcie (4). W przypadku trójkąta i piramidy trzeba pamiętać, że duże rozciąganie od siły #1 plus małe ściskanie od siły #2 lub #2' daje w sumie rozciąganie (lina), gdyż ciężar własny (#1) jest stale obecny.